

TEXTO Nº 8

Propiedades de los números enteros. Divisibilidad

Números enteros: positivos, negativos y el cero.

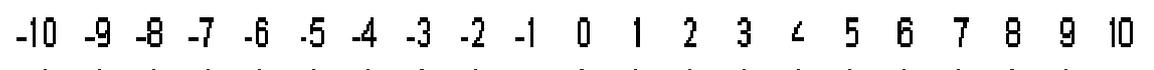
- Un número entero es un número natural precedido de un signo + o del signo - .
- Los números enteros con el signo + se llaman números enteros positivos o naturales.
- Los números enteros con el signo - se llaman números enteros negativos.
- Los signos + y - que llevan los números enteros no son signos de operaciones (suma, resta), sino que indican simplemente la cualidad de ser positivos o negativos.
- Los enteros negativos se utilizan para expresar cantidades negativas.

Ejemplos

1. Para expresar una temperatura por debajo de cero grados (consideramos positivo las temperaturas por encima de cero y negativo las que están por debajo del cero).
2. La edad de los acontecimientos ocurridos antes de Cristo (consideramos positivo los sucesos ocurridos desde el nacimiento de Cristo y negativos los ocurridos antes de Cristo).
3. Si alguien nos presta dinero la cantidad se expresa con un número negativo, nos prestan \$ 5.000, entonces tendremos - \$ 5.000.

Representación gráfica de los números enteros

Trazamos una recta (abcisa) y la dividimos en partes iguales. Marcamos el origen O y en ese punto situamos el cero. Los números situados a su derecha son los positivos y los situados a su izquierda son los negativos.



Propiedades de la suma de números enteros

Conmutativa: $a+b=b+a$

$$\begin{array}{c} \overbrace{+5}^{-2} + \overbrace{-7}^{-2} = \overbrace{-7}^{-2} + \overbrace{+5}^{-2} \end{array}$$

Asociativa: $(a+b)+c=a+(b+c)$

$$\begin{array}{c} \overbrace{[(+7)+(-5)]+(-4)}^{-2} = \overbrace{(+7)+[(-5)+(-4)]}^{-2} \end{array}$$

Elemento neutro: $a+0=a$

$$+8+0=+8 \quad (-4)+0=-4$$

Elemento opuesto: $a+(-a)=0$

$$(+2)+(-2)=0 \quad (-6)+(+6)=0$$

* **Diferencia de números enteros:** En realidad es una suma de números enteros de distinto signo.

Se restan y se deja el signo del más grande, el de mayor valor absoluto.

Propiedades del producto

Conmutativa: $a \cdot b = b \cdot a$

$$\overbrace{(+5) \cdot (-7)}^{-35} = \overbrace{(-7) \cdot (+5)}^{-35}$$

Asociativa: $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

$$\overbrace{\left[(+7) \cdot (-5) \right] \cdot (-4)}^{+140} = \overbrace{(+7) \cdot \left[(-5) \cdot (-4) \right]}^{+140}$$

Elemento neutro +1: $a \cdot (+1) = a$

$$(+8) \cdot (+1) = +8 \quad (-4) \cdot (+1) = -4$$

Distributiva y factor común: $a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$

$$\overbrace{\overbrace{(+6) \cdot (-8)}^{-48} + \overbrace{(+6) \cdot (+3)}^{+18}}^{-30} = \overbrace{(+6) \cdot \left[(-8) + (+3) \right]}^{-30}$$

Criterios de Divisibilidad

- Por 2: cuando acaba en 0 o en cifra par. Como los números: **20, 4, 322.**
- Por 3: cuando la suma de sus cifras es un múltiplo de 3. Como los números: **12, 342, 81.**
- Por 5: cuando acaba en 0 o en 5. Como los números: **10, 25, 255, 325.**

Usamos esto para descomponer en factores primos. Un número es primo cuando sólo es divisible por el mismo y la unidad . Los divisores de un número lo forman sus divisores positivos y negativos. El dos es un número primo divisible por +2, -2, +1 y -1. Cuando un número sea divisible por dos números para descomponerlo en factores empezamos por el factor más pequeño. El 12 es divisible por 2 y 3 empezariamos dividiendo por 2.

Máximo común divisor: m.c.d.

Para calcular el m.c.d. descomponemos en factores aplicando los criterios de divisibilidad, y **tomamos los factores comunes de menor exponente** . Lo usamos para simplificar.

Mínimo común múltiplo: m.c.m.

Descomponemos en factores y **anotamos los factores comunes de mayor exponente y los no comunes.** Lo usamos para poder sumar fracciones de distinto denominador. Las reducimos a común denominador y después las sumamos.

Hallar el m.c.d. y el m.c.m. de 24 y 180

1º Descomposición factorial aplicando reglas de divisibilidad

$$\begin{array}{r|l} 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 1$$

$$\begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$24 = 2^3 \cdot 3 \cdot 1$$

2º m.c.d. factores comunes de menor exponente. Los factores comunes son el 2, 3 y 1.

$$\text{m.c.d. } (24, 180) = 2^2 \cdot 3 \cdot 1 = 12$$

3º m.c.m. factores comunes de mayor exponente y no comunes. Factor no común es el 5.

$$\text{m.c.m. } (24, 180) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360$$