TEXTO Nº 8

Propiedades de los números enteros. Divisibilidad

Números enteros: positivos, negativos y el cero.

- Un número entero es un número natural precedido de un signo + o del signo - .
- Los números enteros con el signo + se llaman números enteros positivos o naturales.
- Los números enteros con el signo - se llaman números enteros negativos.
- Los signos + y - que llevan los números enteros no son signos de operaciones (suma, resta), sino que indican simplemente la cualidad de ser positivos o negativos.
- Los enteros negativos se utilizan para expresar cantidades negativas.

Ejemplos

1. Para expresar una temperatura por debajo de cero grados (consideramos positivo las temperaturas por encima de cero y negativo las que están por debajo del cero).
2. La edad de los acontecimientos ocurridos antes de Cristo (consideramos positivo los sucesos ocurridos desde el nacimiento de Cristo y negativos los ocurridos antes de Cristo).
3. Si alguien nos presta dinero la cantidad se expresa con un número negativo, nos prestan $ 5.000, entonces tendremos **-** $ 5.000.

Representación gráfica de los números enteros

Trazamos una recta (abcisa) y la dividimos en partes iguales. Marcamos el origen O y en ese punto situamos el cero. Los números situados a su derecha son los positivos y los situados a su izquierda son los negativos.

-10 -9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Propiedades de la suma de números enteros

Conmutativa: $\boxed{a+b=b+a}$ $\qquad \overbrace{(+5)+(-7)}^{-2}=\overbrace{(-7)+(+5)}^{-2}$

Asociativa: $\boxed{(a+b)+c=a+(b+c)}$ $\qquad \overbrace{[(+7)+(-5)]+(-4)}^{-2}=\overbrace{(+7)+[(-5)+(-4)]}^{-2}$

Elemento neutro: $\boxed{a+0=a}$ $\qquad +8+0=+8 \quad (-4)+0=-4$

Elemento opuesto: $\boxed{a+(-a)=0}$ $\qquad (+2)+(-2)=0 \quad (-6)+(+6)=0$

* **Diferencia de números enteros:** En realidad es una suma de números enteros de distinto signo.

Se restan y se deja el signo del más grande, el de mayor valor absoluto.

Propiedades del producto

Conmutativa: $\boxed{a \cdot b = b \cdot a}$ $\qquad \overbrace{(+5)\cdot(-7)}^{-35} = \overbrace{(-7)\cdot(+5)}^{-35}$

Asociativa: $\boxed{(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)}$ $\qquad \overbrace{[(+7)(-5)]\cdot(-4)}^{+140} = \overbrace{(+7)\cdot[(-5)\cdot(-4)]}^{+140}$

Elemento neutro +1: $\boxed{a \cdot (+1) = a}$ $\qquad (+8)\cdot(+1)=+8 \quad (-4)\cdot(+1)=-4$

Distributiva y factor común: $\boxed{a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)}$

$$\overbrace{\overbrace{(+6)\cdot(-8)}^{-48}+\overbrace{(+6)\cdot(+3)}^{+18}}^{-30} = \overbrace{(+6)\cdot\overbrace{[(-8)+(+3)]}^{-5}}^{-30}$$

Criterios de Divisibilidad

- Por 2: cuando acaba en 0 o en cifra par. Como los números: **20, 4, 322.**
- Por 3: cuando la suma de sus cifras es un múltiplo de 3. Como los números: **12, 342, 81.**
- Por 5: cuando acaba en 0 o en 5. Como los números: **10, 25, 255, 325.**

Usamos esto para descomponer en factores primos. Un número es primo cuando sólo es divisible por el mismo y la unidad . Los divisores de un número lo forman sus divisores positivos y negativos. El dos es un número primo divisible por +2, -2, +1 y -1. Cuando un número sea divisible por dos números para descomponerlo en factores empezamos por el factor más pequeño. El 12 es divisible por 2 y 3 empezaríamos dividiendo por 2.

Máximo común divisor: m.c.d.

Para calcular el m.c.d. descomponemos en factores aplicando los criterios de divisibilidad, y **tomamos los factores comunes de menor exponente** . Lo usamos para simplificar.

Mínimo común múltiplo: m.c.m.

Descomponemos en factores y **anotamos los factores comunes de mayor exponente y los no comunes.** Lo usamos para poder sumar fracciones de distinto denominador. Las reducimos a común denominador y después las sumamos.

Hallar el m.c.d. y el m.c.m. de 24 y 180

1º Descomposición factorial aplicando reglas de divisiblilidad

$$\begin{array}{r|l} 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 1 \qquad 24 = 2^3 \cdot 3 \cdot 1$$

2º m.c.d. factores comunes de menor exponente. Los factores comunes son el 2, 3 y 1.

$$\boxed{\text{m.c.d.}\ (24, 180) = 2^2 \cdot 3 \cdot 1 = 12}$$

3º m.c.m. factores comunes de mayor exponente y no comunes. Factor no común es el 5.

$$\boxed{\text{m.c.m.}\ (24, 180) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360}$$

De : www.vadenumeros.es